

Esempio di prova scritta di Analisi Matematica T

- (1) Scrivere $\frac{2-i}{3+i}$ in forma trigonometrica.

Risolvere

$$(3+i)z^5 = 2-i$$

e disegnare (approssimativamente) le soluzioni sul piano complesso.

- (2) Calcolare il seguente limite di successione:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n - \sqrt{n^2 - 1}}{1 - e^{\frac{1}{n}}} \cdot \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^n.$$

- (3) Calcolare il seguente limite di funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x+x^2} + \log(1-x-x^2) + 2 \sin x}{\tan(x + \pi/4)(1 - \cos(\sqrt{x}))^2}.$$

- (4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_e^{e^2} \frac{\log(2 + \log(x^2))}{x(4 - \log x)^2} dx.$$

- (5) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = f(x + x^2 f(x)).$$

Calcolare $g'(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $g'(1)$, sapendo che

$$f(1) = \pi, \quad f'(1) = e, \quad f(1 + \pi) = \sqrt{2},$$

$$f'(1 + \pi) = 5, \quad f(5) = 2, \quad f'(5) = 0.$$

(le informazioni fornite sono sovrabbondanti).

- (6) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il seguente integrale generalizzato converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x + x^3}{x^\alpha + x^{2\alpha}} dx.$$

- (7) Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{2/n^\alpha} - 1}{\sqrt[4]{n} + \sqrt[3]{n} + 2n^\alpha}.$$

- (8) Studiare la seguente funzione e disegnarne un grafico qualitativo

$$f(x) = \sqrt{x+1} e^{|x|}.$$

Determinare in particolare:

- Dominio,

- Limiti negli estremi del dominio,
- Intervalli di monotonia,
- Eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluti,
- Eventuali punti di non derivabilità.

(9) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (1 + y^2) \log t \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

(La prova scritta conterrà 6 esercizi. In questa simulazione ne abbiamo proposti 9 per coprire tutti gli argomenti trattati).